

习题2.2.1 图2-8中是一个滚大理石球玩具。在A或B处扔下一个大理石球。杠杆 x_1 、 x_2 和 x_3 让大

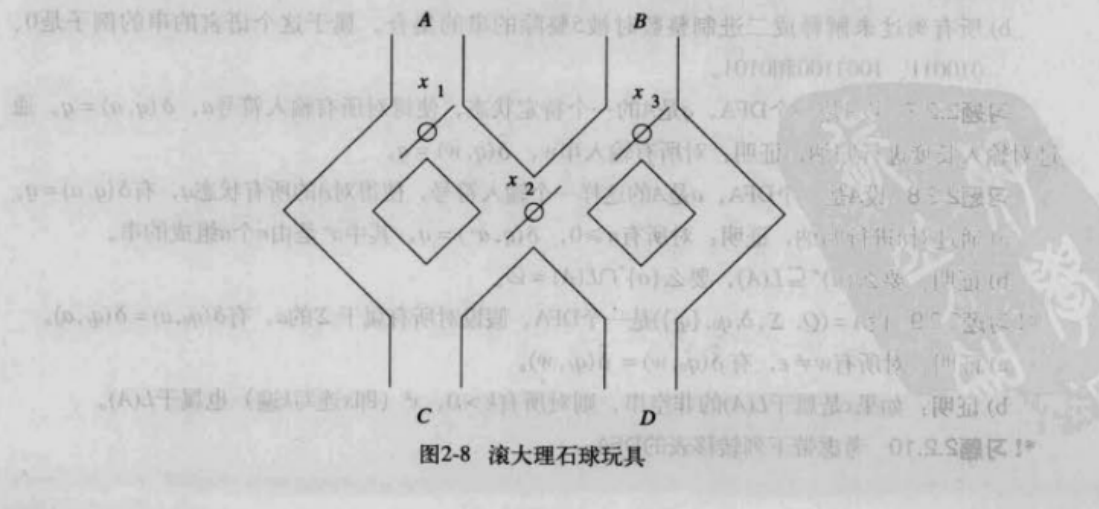


图2-8 滚大理石球玩具

理石球落向左方或右方。每当一个大理石球遇到一个杠杆时，就引起这个杠杆在大理石球通过之后改变方向，所以下一个大理石球会走相反分支。

* a) 用有穷自动机为这个玩具建模。设输入A和B表示扔进大理石球的入口。设接受对应于大理石球从D出来，不接受则表示大理石球从C出来。

! b) 非形式化地描述这个自动机的语言。

c) 假设另一种情况是，杠杆在允许大理石球通过之前就改变方向。(a)和(b)部分的答案会变成怎样？

*! 习题2.2.9 设 $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{q_f\})$ 是一个DFA，假设对所有属于 Σ 的 a ，有 $\delta(q_0, a) = \delta(q_f, a)$ 。

a) 证明：对所有 $w \neq \epsilon$ ，有 $\hat{\delta}(q_0, w) = \hat{\delta}(q_f, w)$ 。

b) 证明：如果 x 是属于 $L(A)$ 的非空串，则对所有 $k > 0$ ， x^k （即 x 连写 k 遍）也属于 $L(A)$ 。

2.3.7 习题

串发套中本文章 1.3

* 习题2.3.1 把下列NFA转化为DFA:

	0	1
→ p	{p, q}	{p}
q	{r}	{r}
r	{s}	∅
*s	{s}	{s}

习题2.3.2 把下列NFA转化为DFA:

	0	1
→ p	{q, s}	{q}
*q	{r}	{q, r}
r	{s}	{p}
*s	∅	{p}

2.5.6 习题

* 习题2.5.1 考虑下列ε-NFA:

Download at <http://www.pin5i.com/>

有穷自动机

55

	ε	a	b	c
→ p	∅	{p}	{q}	{r}
q	{p}	{q}	{r}	∅
*r	{q}	{r}	∅	{p}

- 计算每个状态的ε闭包。
- 给出这个自动机接受的所有长度小于或等于3的串。
- 把这个自动机转换为DFA。

习题2.5.2 对下列 ϵ -NFA重复习题2.5.1:

	ϵ	a	b	c
$\rightarrow p$	$\{q, r\}$	\emptyset	$\{q\}$	$\{r\}$
q	\emptyset	$\{p\}$	$\{r\}$	$\{p, q\}$
$*r$	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

习题2.5.3 为下列语言设计 ϵ -NFA。尝试用 ϵ 转移来简化你的设计。

- a) 包含零个或多个 a , 后面跟着零个或多个 b , 再跟着零个或多个 c 的串的集合。
- ! b) 包含着01重复一次或多次或010重复一次或多次的串的集合。
- ! c) 使得最后10个位置上至少有一个是1的0和1的串的集合。

79

习题3.1.1 写出表示下列语言的正则表达式:

- * a) 字母表 $\{a, b, c\}$ 上包含至少一个 a 和至少一个 b 的串的集合。
- b) 倒数第10个符号是1的0和1的串的集合。
- c) 至多只有一对连续1的0和1的串的集合。

! 习题3.1.2 写出表示下列语言的正则表达式:

- * a) 使得每对相邻的0都出现在任何一对相邻的1之前的所有0和1的串的集合。
- b) 0的个数被5整除的0和1的串的集合。

106 三个自动机是另一个 $0 + 1$ 的自动机。同样, 必须构造图3-18a的自动机的一个副本, 一定不能成为图3-18b一部分的相同副本。完整的自动机如图3-18c所示。注意, 当删除 ϵ 转移后, 这个 ϵ -NFA看上去就像图3-15的简单得多的自动机, 这个自动机也接受在倒数第二位是1的串。□

3.2.4 习题

习题3.2.1 下面是一个DFA的转移表:

	0	1
$\rightarrow q_1$	q_2	q_1
q_2	q_3	q_1
$*q_3$	q_3	q_2

- * a) 给出所有正则表达式 $R_i^{(0)}$ 。注意: 认为状态 q_i 好像是具有整数编号 i 的状态。
- * b) 给出所有正则表达式 $R_i^{(1)}$ 。试着尽量简化这些表达式。
- c) 给出所有正则表达式 $R_i^{(2)}$ 。试着尽量简化这些表达式。
- d) 给出这个自动机的语言的正则表达式。
- * e) 构造这个DFA的状态转移图, 通过消除状态 q_2 , 给出其语言的正则表达式。

习题3.2.4 把下列正则表达式转化成带 ϵ 转移的NFA。

- * a) 01^* 。
- b) $(0 + 1)01$ 。
- c) $00(0 + 1)^*$ 。

5.2 RL的封闭性

定理 5-3 RL 在交运算下封闭。

证明思路

DFA $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_{01}, F_1)$ DFA $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_{02}, F_2)$

4.1.3 习题

习题4.1.1 证明下列语言都不是正则的：

- a) $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ 。该语言中的串是由若干个0后面跟着相同数目的1构成的，也就是我们在本节开始时非形式化地考虑的语言 L_{01} 。在这里，你应该用泵引理来证明。
- b) 所有括号匹配的串的集合。这些串都由“(”和“)”构成，并且都可能出现在正确形式的算术表达式中。
- * c) $\{0^n 10^n \mid n \geq 1\}$ 。
- d) $\{0^n 1^m 2^n \mid m \text{ 和 } n \text{ 是任意整数}\}$ 。
- e) $\{0^n 1^m \mid n \leq m\}$ 。
- f) $\{0^n 1^{2^n} \mid n \geq 1\}$ 。

! 习题4.1.2 证明下列语言都不是正则的：

- * a) $\{0^n \mid n \text{ 是完全平方数}\}$ 。
- b) $\{0^n \mid n \text{ 是完全立方数}\}$ 。
- c) $\{0^n \mid n \text{ 是2的幂}\}$ 。
- d) 由0和1构成的其长度是完全平方数的串的集合。
- e) 由0和1构成的 ww 形式的串的集合，也就是某个串重复的串集合。
- f) 由0和1构成的 ww^R 形式的串的集合，也就是由某个串后面跟着它的反转所构成的串的集合。（一个串的逆的形式化定义见4.2.2节。）
- g) 由0和1构成的 $w\bar{w}$ 形式的串的集合，其中 \bar{w} 是把 w 中所有的0都换成1同时把所有的1都换成0而得到的串，例如， $\overline{011} = 100$ ，因此011100是该语言中的一个串。
- h) 所有由0和1构成的 $w1^n$ 形式的串的集合，其中 w 是由0和1构成的长度为 n 的串。

!! 习题4.1.3 证明下列语言都不是正则的。

4.2.5 习题

习题4.2.1 设 h 是从字母表 $\{0, 1, 2\}$ 到字母表 $\{a, b\}$ 的同态, h 的定义为: $h(0) = a$; $h(1) = ab$; $h(2) = ba$ 。

* a) $h(0120)$ 是什么?

b) $h(21120)$ 是什么?

* c) 如果 L 是语言 $L(01^*2)$, 则 $h(L)$ 是什么?

d) 如果 L 是语言 $L(0 + 12)$, 则 $h(L)$ 是什么?

* e) 设 L 是语言 $\{ababa\}$, 也就是只包含一个串 $ababa$ 的语言, 则 $h^{-1}(L)$ 是什么?

! f) 如果 L 是语言 $L(a(ba)^*)$, 则 $h^{-1}(L)$ 是什么?

*!! 习题4.2.8 设 L 是一个语言, 定义 $half(L)$ 是所有 L 中串的前一半构成的集合, 即 $\{w \mid \text{对于某个满足 } |x| = |w| \text{ 的 } x, wx \text{ 属于 } L\}$ 。例如, 如果 $L = \{\epsilon, 0010, 011, 010110\}$, 则 $half(L) = \{\epsilon, 00, 010\}$ 。注意, 长度为奇数的串对于 $half(L)$ 没有贡献。证明: 如果 L 是正则的, 那么 $half(L)$ 也是。

4.4.5 习题

* 习题4.4.1 图4-14中是DFA的转移表。

a) 画出这个自动机的可区分性表。

Download at <http://www.pin5i.com/>

b) 构造最小状态的等价DFA。

164
165

b) 构造最小状态的等价DFA。

习题4.4.2 对于图4-15中的DFA重做习题4.4.1。

!! 习题4.4.3 假设 p 和 q 是有 n 个状态的给定DFA A 的可区分状态。作为 n 的函数,区分 p 和 q 的最短的串的长度的紧上界是多少?

	0	1
→ A	B	A
B	A	C
C	D	B
*D	D	A
E	D	F
F	G	E
G	F	G
H	G	D

图4-14 有待最小化的DFA

	0	1
→ A	B	E
B	C	F
*C	D	H
D	E	H
E	F	I
*F	G	B
G	H	B
H	I	C
*I	A	E

图4-15 另一个有待最小化的DFA

习题5.3.5 把图5-16中的DTD转换为上下文无关文法。

```

<!DOCTYPE CourseSpecs [
  <!ELEMENT COURSES (COURSE+)>
  <!ELEMENT COURSE (CNAME, PROF, STUDENT*, TA?)>
  <!ELEMENT CNAME (#PCDATA)>
  <!ELEMENT PROF (#PCDATA)>
  <!ELEMENT STUDENT (#PCDATA)>
  <!ELEMENT TA (#PCDATA)>
]>

```

图5-16 课程的DTD

5.4.5 习题

* 习题5.4.1 考虑下面的文法：

$$S \rightarrow aS \mid aSbS \mid \epsilon$$

这个文法是歧义的，试证明串 aab 的两个：

- 语法分析树。
- 最左推导。
- 最右推导。

6.2.5 习题

习题6.2.1 设计一个PDA来接受下列语言，你可以使用以终结状态方式接受或者以空栈方式接受中较方便的方式。

- $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ 。
- 所有由0和1构成的使得任何前缀中1的个数都不比0的个数多的串的集合。
- 所有0和1个数相同的0和1串的集合。

! 习题6.2.2 设计一个PDA来接受下列语言。

- $\{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ 或 } j = k\}$ 。注意，这个语言和习题5.1.1(b)中的语言不同。
- 所有0的个数是1的个数两倍的串的集合。

241

7.2.4 习题

习题7.2.1 用CFL泵引理来证明下面的语言都不是上下文无关的：

- $\{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$ 。
- $\{a^n b^n c^i \mid i \leq n\}$ 。
- $\{0^p \mid p \text{ 是素数}\}$ 。提示：使用和例4.3中证明不是正则语言时采用的相同的思想。
- $\{0^i 1^j \mid j = i^2\}$ 。
- $\{a^n b^n c^i \mid n \leq i \leq 2n\}$ 。
- $\{ww^R w \mid w \text{ 是0和1的串}\}$ 。也就是说，由某个串 w 和它的反向串再和它本身连接起来的串（比如001100001）构成的集合。

! 习题7.2.2 当我们想要对一个CFL L 使用泵引理时，“对手获胜”，我们无法完成证明过程。

8.2.7 习题

习题8.2.1 说明图8-9中的图灵机的ID，如果输入带包括：

* a) 00。

Download at <http://www.pin5i.com/>

b) 000111。

c) 00111。

! 习题8.2.2 设计接受下列语言的图灵机：

* a) 带有相同个数的0和1的串的集合。

b) $\{ a^n b^n c^n \mid n \geq 1 \}$ 。

c) $\{ ww^R \mid w \text{ 是任意的0和1的串} \}$ 。